POLJOPRIVREDNI FAKULTET

Departman za ekonomiku poljoprivrede i sociologiju sela

Vežbe iz FINANSIJA I FINANSIJSKOG POSLOVANJA

Kamata i diskontovanje

bogdan.jocic@polj.edu.rs

Kamata je trošak pozajmljivanja novca, odnosno naknada za korišćenje određenog iznosa novca dobijenog od strane poverioca na određeno vreme.

Kamata se izražava kroz kamatnu stopu koja izjednačava buduće vrednosti novca sa sadašnjom vrednošću.

Postoje razne kamatne stope: na hipotekarne kredite, na keš kredite, za automobile, za različite vrste obveznica.

Iznos kamate je funkcija tri varijable:

1. pozajmljenog iznosa (C)
2. kamatne stope (p)
3. vremenskog perioda na koji je kapital pozajmljen

Kamata se uvek obračunava na neki vremenski period koji se naziva **period kapitalizacije**, što se propisuje zakonom ili definiše ugovorom.

Vremenska vrednost novca

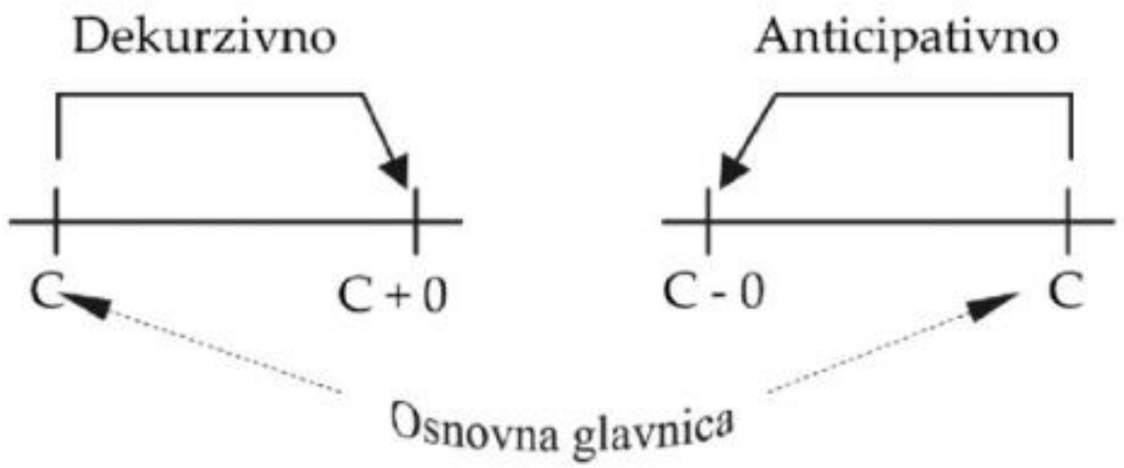
Bez razumevanja vremenske vrednosti novca nije moguce donositi ispravne finansijske odluke, odnosno efikasno upravljati finansijama.

Novac nema istu vrednost danas kao što će imati u budućnosti, odnosno kredit mora doneti kamatu poveriocu, a investicija dobit investitoru. U oba slučaja se novac ulaže danas očekujući da će se zaraditi još više novca kasnije.

Obračun kamate

U zavisnosti od trenutka u kome se vrši obračun kamate i osnovice za obračun, moguće je napraviti razliku između **dekurzivnog** i **anticipativnog** obračuna kamate.

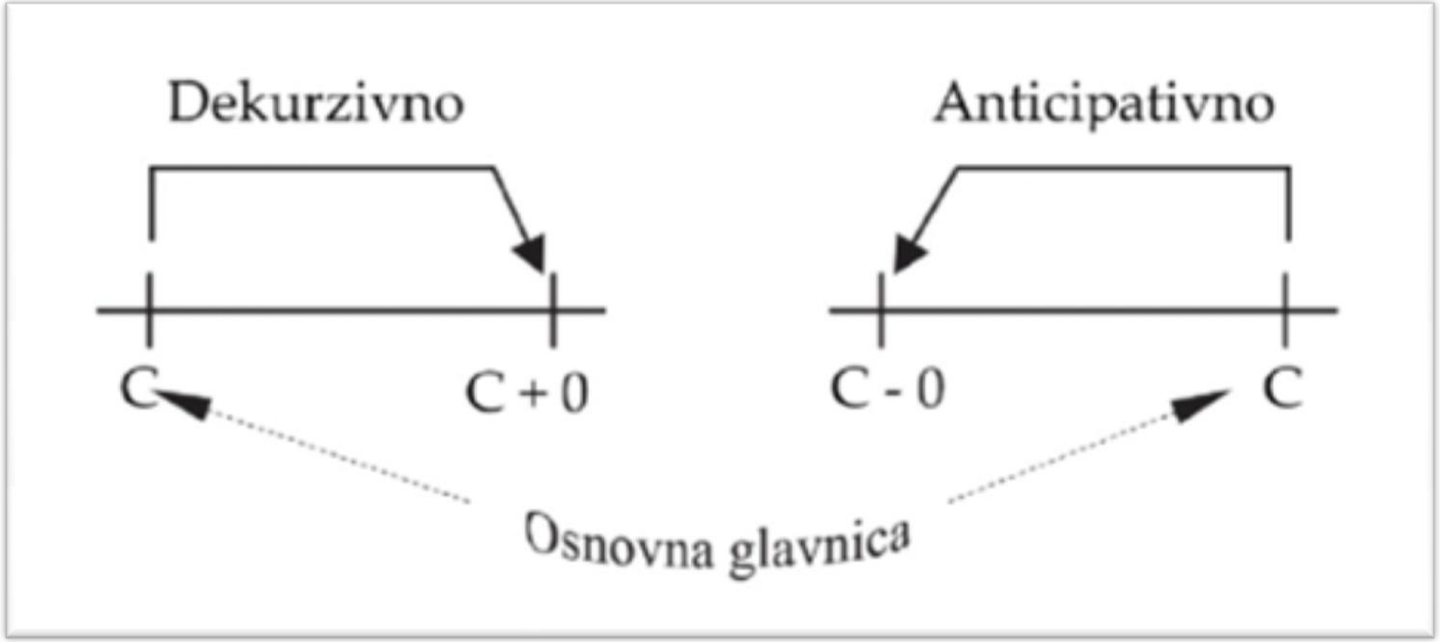
Slika 1. Dekurzivni i anticipativni obračun



Izvor: Autorski prikaz

Dekurzivni obračun kamate – obračun kamate i njeno dodeljivanje kapitalu vrši se na kraju svakog obračunskog perioda, odnosno unazad, (kamata nakon isteka relevantnog perioda). Ovaj način je češće primenjivan u praksi.

Anticipativni obračun predviđa da se kamata obračunava na početku kamatnog perioda od glavnice s kraja perioda, odnosno unapred. Ovaj način obračuna se najčešće primenjuje kod kratkoročnih kreditnih i meničnih poslova.



Dekurzivna kamatna stopa najčešće se označava slovom ***p***, a anticipativna slovom ***π***. Kod kamatnog računa primenjuju se i sledeće oznake:

C_0 – početna vrednost

C_n – konačna vrednost

n – broj perioda

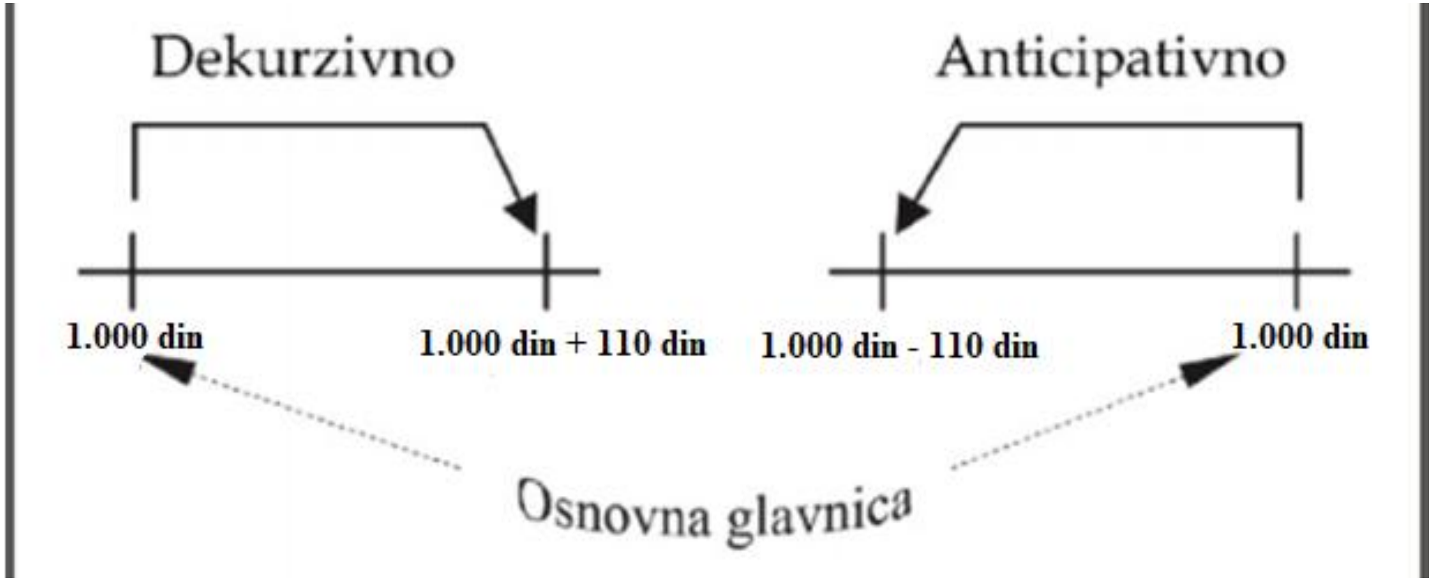
k - kamata

Primer 1.

Preduzeću je odobren kredit od 1.000 dinara po kamatnoj stopi od 11% na godinu dana.

Kamata=1.000 x 0.11=110din

- ✓ Po dekurzivnom obračunu, preduzeće će na kraju godine platiti 110 din kamate
- ✓ Po anticipativnom obračunu, iznos kamate je isti (110din) i on se oduzima od glavnice u momentu uzimanja kredita, odnosno preduzeće će koristiti samo 890 din kredita



Obzirom da je iznos kamate u oba slučaja, a prema različitim metodama obračuna 110 dinara, postavlja se pitanje da li je p dekurzivna kamatna stopa jednaka anticipativnoj kamatnoj stopi π na godišnjem nivou.

1. Dekurzivan način: na početku godine imali smo C novčanih jedinica i na kraju godine smo platili $\frac{C \times p}{100}$ novčanih jedinica kamate;

2. Anticipativan način: na početku godine imali smo C novčanih jedinica i za njihovo korišćenje unapred smo platili $\frac{C \times \pi}{100}$ novčanih jedinica kamate. Tako imamo:

$$\frac{p \times C}{100} : C = \frac{\pi \times C}{100} : \frac{(100 - \pi) \times C}{100} \Longrightarrow p = \frac{100 \times \pi}{100 - \pi}$$

Obrazac uporednog pregleda obračuna kamate po anticipativnom i dekurzivnom načinu obračuna kamate možemo proveriti na prethodnom primeru:

$$p = \frac{100 \text{ x } \pi}{100 - \pi} = \frac{100 \text{ x } 11}{100 - 11} = 12{,}36\%$$

Na osnovu dobijenog rezultata zaključujemo: Unapred plaćenih 11% anticipativnih kamata na godišnjem nivou ekvivalentno je 12,36% dekurzivnih kamata.

Iz tog razloga anticipativan način obračuna kamata uz istu kamatnu stopu je skuplji od dekurzivnog načina obračuna.

Dekurzivni: 11% od 1000 dinara

110 din kamata

Anticipativni: 12,36% od 890 dinara

Kamatni račun i njegove karakteristike

Jednostavan (prost) kamatni račun, primenjuje se uglavnom za jedan period obračuna. Kamata se obračunava u svim obračunskim periodima na isti iznos (početnu glavnicu).

Složen kamatni račun, primenjuje se za više perioda obračuna. Kamata se obračunava u svakom obračunskom periodu na sve veću glavnicu, odnosno, na početnu glavnicu uvećanu za iznos kamate iz prethodnog perioda.

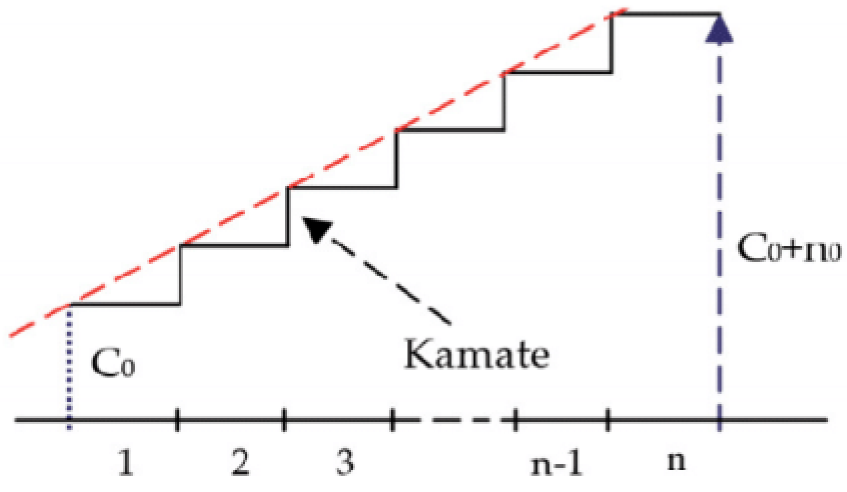
Zbog povećanja glavnice iz periodu u period, iznosi kamate primenom složenog kamatnog računa su veći od kamata koje daje prost kamatni račun.

Prost kamatni račun

Kamata se u svim obračunskim periodima obračunava **na isti iznos** (početnu glavnicu), bez obzira koliko takvih perioda protekne.

Svaki period kapitalizacije poveriocu donosi jednak iznos kamate.

Slika 2. Grafički prikaz prostog kamatnog računa



Izvor: Autorski prikaz

Svaki stepenik je jednako visok, što znači da se mogu povezati sve pripadajuće tačke u koordinatnom sistemu i povući linija.

Kamata dobijena primenom prostog kamatnog računa u kontinuiranom vremenskom periodu je srazmerna početnom iznosu glavnice.

Kada je vreme izraženo u **godinama**, kamata se računa po sledećem obrascu:

$$\boxed{\mathbf{k = \frac{C\ x\ p}{100}}}$$

k – kamata

C – glavnica

p – godišnja kamatna stopa

Kada je vreme izraženo u **mesecima**, kamata se računa po sledećem obrascu:

$$\boxed{\mathbf{k = \frac{C\ x\ p\ x\ m}{1200}}}$$

k – kamata

C – glavnica

p – mesečna kamatna stopa

m – broj meseci

Kada je vreme izraženo u **danima**, kamata se računa po sledećem obrascu:

$$\boxed{\mathbf{k = \frac{C\ x\ p\ x\ d}{36500}}}\ \textbf{ili}\ \boxed{\mathbf{k = \frac{C\ x\ p\ x\ d}{36600}}}$$

k – kamata

C – glavnica

p – dnevna kamatna stopa

d – broj dana

Na osnovu prethodnih primera može se izvesti nekoliko preporuka i zaključaka:

1. Dekurzivni obračun kamata u praksi je znatno češći nego anticipativni, stoga se preporučuje njegova primena u svim transakcijama ukoliko nije drugačije ugovoreno;
2. Poželjna je primena godišnje kamatne stope, ako drugačije nije navedeno.

Primer 2. – Izračunavanje kamate

Odobren je zajam od banke u iznosu od 1000 evra na godinu dana uz kamatu od 10% **godišnje**, koliko iznosi kamata?

$$\mathbf{k} = \frac{\mathbf{C \ x \ p}}{\mathbf{100}}$$

Rešenje

C=1000 evra

p=10%

k=?

$$k = \frac{C \text{ x } p}{100}$$

$$k = \frac{1000 \text{ x } 10}{100}$$

k=100 evra

Primer 3. – Izračunavanje buduće vrednosti novca

Pretpostavimo da investicija od 1.000 evra ostaje u depozitu dve godine, pri kamatnoj stopi od 8%, i da banka plaća samo **prostu kamatu**, što označava kamatu zarađenu samo na glavnicu investicije. Svedeno na konkretne termine, dobija se:

Buduća vrednost = sadašnja vrednost x [1+(kamatna stopa x broj vremenskih perioda)]

Rešenje

Buduća vrednost = sadašnja vrednost x [1+(kamatna stopa x broj vremenskih perioda)]

BV = 1.000 evra x [1+ (0,08 x 2)],

BV = 1.000 evra x 1,16

BV=1.160 evra

Prost kamatni račun i dekurzivni način obračuna

Ukoliko nam je poznata kamatna stopa p, uvećana glavnica C^+ (glavnica (C) + kamata (p)), kao i kamatni period, glavnica (C) i kamata (k) se računaju po sledećem obrascu:

Vreme izraženo u danima

$$C = \frac{36500 \text{ x } C^+}{36500 + p \text{ x } d}$$

$$k = \frac{C^+ \text{ x } p \text{ x } d}{36500 + p \text{ x } d}$$

Primer 4. – Izračunavanje dugovanog iznosa i zatezne kamate

Preduzeće je zajedno sa obračunatim zateznim kamatama po stopi od 11% godišnje vratilo 22.946,28 dinara. Koliko je iznosio dugovani iznos, a koliko zatezne kamate ako je kasnilo sa plaćanjem 36 dana?

$$C = \frac{36500 \text{ x } C^{+}}{36500 + p \text{ x } d}$$

$$k = \frac{C^{+} \text{ x } p \text{ x } d}{36500 + p \text{ x } d}$$

Rešenje

p=11%

C^+=22.946,28

d=36

C, k=?

$$C = \frac{36500 \text{ x } C^{+}}{36500 + p \text{ x } d} = \frac{36500 \text{ x } 22.946{,}28}{36500 + 11 \text{ x } 36} = \mathbf{22.700{,}00 \text{ din}}$$

$$k = \frac{C^{+} \text{ x } p \text{ x } d}{36500 + p \text{ x } d} = \frac{22.946{,}28 \text{ x } 11 \text{ x } 36}{36500 + 11 \text{ x } 36} = \mathbf{246{,}28 \text{ din}}$$

Kamatu smo mogli dobiti i na sledeći način: 22.946,28 – 22.700,00 = 246,28 din

Prost kamatni račun i anticipativni način obračuna

Ukoliko nam je poznata anticipativna kamatna stopa π, umanjena glavnica C^{-} = C – k, kamatni period d , i da želimo da izračunamo konačni iznos glavnice C i kamate k.

$$C = \frac{36500 \text{ x } C^{-}}{36500 - \pi \text{ x } d}$$

$$k = \frac{C^{-} \text{ x } \pi \text{ x } d}{36500 - \pi \text{ x } d}$$

Primer 5. – Izračunavanje pozajmljenog iznosa i kamate

Preduzeću je odobren anticipativni kredit sa rokom otplate 89 dana uz prostu godišnju kamatnu stopu π=11%. Koliko je iznosio pozajmljeni iznos i kamata ako je po zaključenju ugovora plaćeno 17.127.934,25 dinara?

$$C = \frac{36500 \text{ x } \bar{C}}{36500 - \pi \text{ x } d}$$

$$k = \frac{\bar{C} \text{ x } \pi \text{ x } d}{36500 - \pi \text{ x } d}$$

Rešenje

d=89

π=11%

C⁻ = 17.127.934,25 din

C, k=?

$$C = \frac{36500 \text{ x } \bar{C}}{36500 - \pi \text{ x } d} = \frac{36500 \text{ x } 17.127.934{,}25}{36500 - 11 \text{ x } 89} = 17.600.000{,}00 \text{ dinara}$$

$$k = \frac{\bar{C} \text{ x } \pi \text{ x } d}{36500 - \pi \text{ x } d} = \frac{17.127.934{,}25 \text{ x } 11 \text{ x } 89}{36500 - 11 \text{ x } 89} = 472.065{,}75 \text{ dinara}$$

Primer 6. – Izračunavanje kamate

Koliko iznosi kamata na zajam od 17.127.934,25 dinara na rok od 89 dana, uz kamatu od 11% uz dekurzivan obračun, godišnju kapitalizaciju i prost kamatni račun?

$$k = \frac{C \times p \times d}{36500}$$

Rešenje

C= 17.127.934,25 din

d=89

p=11%

k=?

$$k = \frac{C \times p \times d}{36500} = \frac{17.127.934{,}25 \times 11 \times 89}{36500} = \mathbf{459.404{,}04\ dinara}$$

Primer 7. – Izračunavanje diskontovane vrednosti glavnice

Kolika je diskontovana vrednost glavnice od 2.100.000,00 dinara (koliko treba da uložimo novčanih sredstava) koja dospeva nakon 119 dana, ako je godišnja kamatna stopa 13%, uz prost kamatni račun i dekurzivni obračun?

$$\mathbf{C} = \frac{\mathbf{36500 \times C^{+}}}{\mathbf{36500 + p \times \mathit{d}}}$$

Rešenje

$C^+ = 2.100.000$ din

$d = 119$

$p = 13\%$

$C = ?$

$$C = \frac{36500 \times C^+}{36500 + p \times d} = \frac{36500 \times 2.100.000,00}{36500 + 13 \times 119} = \mathbf{2.014.613,50\ din}$$

Primer 8. – Izračunavanje diskontovane vrednosti glavnice

Kolika je diskontovana vrednost glavnice od 2.100.000,00 dinara (koliko treba da uložimo novčanih sredstava) koja dospeva nakon 119 dana, ako je godišnja kamatna stopa 13%, uz prost kamatni račun i anticipativni obračun?

$$\mathbf{C^{-} = C - k = C - \frac{C \times \pi \times d}{36500}}$$

Rešenje

$C = 2.100.000$ din

$d = 119$

$p = 13\%$

$C^- = ?$

$$C^- = C - k = C - \frac{C \times \pi \times d}{36500}$$

$$C^- = 2.100.000 - \frac{2.100.000 \times 13 \times 119}{36500} = \mathbf{2.010.994{,}52\ din}$$

Složeni kamatni račun

SLOŽENA KAMATA je kamata koja se u jednom vremenskom periodu obračunava na iznos glavnice i na iznos kamate iz prethodnog vremenskog perioda.

Kamata se pripisuje glavnici i time se formira nova glavnica – kamatno kamatni račun.

Postupak pripisivanja kamate glavnici i formiranje nove glavnice naziva se **kapitalizacija**, a razmak između dve kapitalizacije **period kapitalizacije.**

Složeni kamatni račun

Koncept povećavanja (usložavanja) može da se prikaže u vidu jednačine:

$$C_n = C_0 \text{ x } (1 + \frac{p}{100})^n$$

$$\mathbf{C_n = C_0 \text{ x } r^n}$$

Pri čemu je:

Cn - glavnica nakon n perioda

Co - početna glavnica

p - kamatna stopa

n - broj godina

r - diskontni faktor

DISKONTNI FAKTOR

Godina	**Kamatna stopa %**					
	5,00	**6,00**	**7,00**	**8,00**	**9,00**	**10,00**
1	1,05	1,06	1,07	1,08	1,09	1,10
2	1,1025	1,124	1,145	1,166	1,188	1,210
3	1,1576	1,191	1,225	1,260	1,295	1,331
4	1,2155	1,262	1,311	1,360	1,412	1,464
5	1,2763	1,338	1,403	1,469	1,539	1,611
6	1,3401	1,419	1,501	1,587	1,677	1,772
7	1,4071	1,504	1,606	1,714	1,828	1,949
8	1,4775	1,594	1,718	1,851	1,993	2,144
9	1,5513	1,689	1,838	1,999	2,172	2,358
10	1,6289	1,791	1,967	2,159	2,367	2,594

Primer 9.

Koliko ćemo imati u banci nakon 5 godina, ako danas uložimo 5.000.000 dinara, pri godišnjoj kapitalizaciji i dekurzivnom obračunu kamata i kamatnu stopu: a) 6% i b) 9%?

$$C_n = C_0 \times \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$$

Rešenje

a)

Co=5.000.000

n=5

p=6%

C_5=?

$$C_n = C_0 \text{ x } \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$$

$$C_5 = 5.000.000 \text{ x } \left(1 + \frac{6}{100}\right)^5$$

C_5= 6.691.127,89 din

Konačna glavnica 6.691.127,89 din, a kamata 1.691.127,89 din (6.691.127,89-5.000.000,00)

b)

Co=5.000.000

n=5

p=9%

C_5=?

$$C_n = C_0 \text{ x } \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$$

$$C_5 = 5.000.000 \text{ x } \left(1 + \frac{9}{100}\right)^5$$

C_5= 7.693.119,77 din

Konačna glavnica 7.693.119,77 din, a kamata 2.693.119,77 din (7.693.119,77-5.000.000,00) a)

Redni broj	Opis	Iznos
1	C_0	5.000.000,00
2	n	5
3	p	6
4	C_5	6.691.127,89
5	k	1.691.127,89

b)

Redni broj	Opis	Iznos
1	C_0	5.000.000,00
2	n	5
3	p	9
4	C_5	7.693.119,77
5	k	2.693.119,77

a) k=1.691.127,89

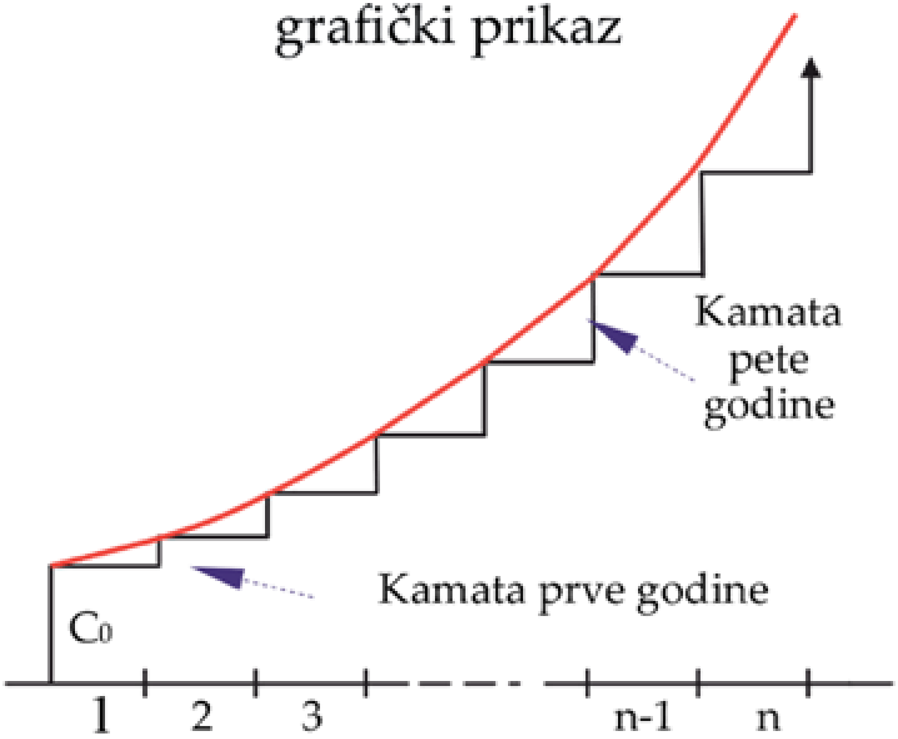
b) k=2.693.119,77

U primeru pod b) kamatna stopa je za 50% veća od kamatne stope u primeru pod a), dok je iznos kamate u primeru pod b) 59% veći u odnosu na iznos kamate u primeru pod a).

Kada se kamata primenom složenog kamatnog računa obračunava najmanje za dva perioda, procenat povećanja kamata premašuje procenat povećanja kamatne stope.

Primenom složenog kamatnog računa glavnica se povećava kao geometrijski niz, što odgovara neprekidnom eksponencijalnom rastu. Uočava se da se ne radi samo o „stepeništu u usponu“, već i o povećanju nivoa pojedinačnih stepenika kao osnovice za obračun kamate.

Slika 3. Složeni kamatni račun – grafički prikaz



Izvor: Autorski prikaz

Primer 10. – Izračunavanje početne glavnice

Koliko treba da uložimo u banku da bi uz kamatnu stopu od 7% i godišnju kapitalizaciju nakon 12 godina imali 1.000.000,00 dinara?

$$\mathbf{C}_0 = \frac{\mathbf{C}_n}{\mathbf{r}^n}$$

Rešenje

Cn=1.000.000

p=7%

n=12

C_0=?

$$C_0 = \frac{C_n}{r^n}$$

$$C_0 = \frac{1.000.000}{\left(1+\frac{7}{100}\right)^{12}} = 444.011{,}96 \text{ din}$$

Primer 11. – Izračunavanje kamatne stope

Preduzeće je u banku uložilo 31.000,00 dinara, a nakon pet godina je dobilo obaveštenje da je pripisan iznos od 14.549,93 dinara na ime kamate. Po kojoj kamatnoj stopi su obračunate kamate ako je banka koristila složeni kamatni račun i godišnju kapitalizaciju?

$$\mathbf{r} = \sqrt[n]{\frac{C_n}{C_0}}$$

Rešenje

C_0=31.000,00

k=14.549,93

n=5

p=?

$r=\sqrt[n]{\frac{C_n}{C_0}}$

$C_n=C_0+k=31.000{,}00+14.549{,}93=45.549{,}93$

$r=\sqrt[5]{\frac{45.549{,}93}{31.000{,}00}}=1{,}0800036$

$p=(r-1)\times 100=(1{,}0800036-1)\times 100=8\%$

Primer 12. – Računanje vremena n

- Koliko vremena je potrebno da se glavnica udvostruči ako je godišnja kamatna stopa 8%, kapitalizacija godišnja i dekurzivni obračun?

$C_n = 2 \text{ x } C_0$

Rešenje

p=8%

C_n=2 x C_0

n=?

$$n=\frac{\log C_n - \log C_0}{\log r}$$

$$n=\frac{\log 2C_0 - \log C_0}{\log r}=\frac{\log 2}{\log 1{,}08}=9{,}006468342$$

Pri kamatnoj stopi od 8%, glavnica će se udvostručiti za 9 godina.

Relativna i konformna kamatna stopa

U periodu visokih kamatnih stopa, u praksi se primenjuje pravilo skraćenja perioda godišnje kapitalizacije na ispodgodišnju, kako bi knjigovodstveno stanje duga bilo što bliže moguće stvarom stanju. U tu svrhu, moguće je primeniti jednu od dve moguće kamatne stope i to relativne i konformne kamatne stope.

Za određen period kapitalizacije, relativnu kamatnu stopu dobićemo tako što ćemo godišnju kamatnu stopu podeliti sa M, koji pokazuje koliko puta je period kapitalizacije kraći od godinu dana. Tako je polugodišnja kamatna stopa polovina godišnje kamatne stope, kvartalna je četvrtina, mesečna dvanaestina, a dnevna 1/365 ili 1/366.

Npr. ako je godišnja kamatna stopa 11%, relativna kamatna stopa uz polugodišnju kapitalizaciju iznosiće 11/2=5,5%, kvartalnu 11/4=2,75%, mesečnu 11/12=0,92% i dnevnu 11/365=0,03%.

Primenom relativne kamatne stope uz ispodgodišnju kapitalizaciju dobijamo veće konačne vrednosti glavnice od vrednosti koju bismo dobili primenom godišnje kamatne stope uz godišnju kapitalizaciju.

Primer 13. – Relativna kamatna stopa; kapitalizacija godišnja, polugodišnja, kvartalna i mesečna

Kolike su razlike između vrednosti glavnice od 100 novčanih jedinica po isteku jedne godine uz godišnju, polugodišnju, kvartalnu i mesečnu kapitalizaciju, primenom relativne kamatne stope, gde je godišnja kamatna stopa: a) p=11%, b) p= 110%?

a)

p=11%

C_0=100 din

- **Godišnja kapitalizacija**

$Cn=C_0 \times (1+\frac{p}{100})=100 \times (1+\frac{11}{100})=111{,}00$ din

- **Polugodišnja kapitalizacija**

$Cn=C_0 \times (1+\frac{p}{200})^2=100 \times (1+\frac{11}{200})^2=111{,}30$ din

- **Kvartalna kapitalizacija**

$Cn=C_0 \times (1+\frac{p}{400})^4=100 \times (1+\frac{11}{400})^4=111{,}46$ din

- **Mesečna kapitalizacija**

$Cn=C_0 \times (1+\frac{p}{1200})^{12}=100 \times (1+\frac{11}{1200})^{12}=111{,}57$ din

-Češća kapitalizacija donosi veću konačnu vrednost

b)

p=110%

C_0=100 din

- **Godišnja kapitalizacija**

$Cn=C_0 \times (1+\frac{p}{100})=100 \times (1+\frac{110}{100})=210,00$ din

- Polugodišnja kapitalizacija

$Cn=C_0 \times (1+\frac{p}{200})^2=100 \times (1+\frac{110}{200})^2=240,25$ din

- **Kvartalna kapitalizacija**

$Cn=C_0 \times (1+\frac{p}{400})^4=100 \times (1+\frac{110}{400})^4=264,27$ din

- **Mesečna kapitalizacija**

$Cn=C_0 \times (1+\frac{p}{1200})^{12}=100 \times (1+\frac{110}{1200})^{12}=286,47$ din

-Češća kapitalizacija donosi veću konačnu vrednost

Konformnom kamatnom stopom se pokušava eliminisati glavni nedostatak relativne kamatne stope. **Ekonomsko načelo** podrazumeva da data početna vrednost glavnice C_0 uz primenu nove kamatne stope i češće kapitalizacije donosi istu konačnu vrednost kao godišnja kamatna stopa i godišnja kapitalizacija

Konformnu kamatnu stopu koja odgovara godišnjem periodu kapitalizacije M najlakše možemo utvrditi tako što ćemo izračunati kamatni konformni faktor a zatim na osnovu njega kamatnu stopu.

Konformnu kamatnu stopu možemo označiti sa p_{kM}.

Konačna vrednost glavnice C_0 je pri godišnjoj kapitalizaciji jednaka

C_0 x $\left(1+\frac{p}{100}\right)$.

Na osnovu zahteva da konačne vrednosti budu jednake imamo sledeću jednačinu, a iz koje proizilazi obrazac za konformnu kamatnu stopu p_{km}:

$$1+\frac{p}{100}=\left(1+\frac{p_{km}}{100}\right)^M \quad \Rightarrow \quad p_{km}=100 \text{ x } \left(\sqrt[M]{1+\frac{p}{100}} - 1\right)$$

Polugodišnja kapitalizacija M=2

Kvartalna kapitalizacija M=4

Mesečna kapitalizacija M=12

Dnevna kapitalizacija M=365 ili M=366

Primer 14.

Izračunati pripadajuću konformnu kamatnu stopu za polugodišnju i kvartalnu kapitalizaciju ako je godišnja kamatna stopa 11% i uporedimo ih sa odgovarajućim relativnim kamatnim stopama iz prethodnog primera.

Rešenje

Konformni kamatni faktor *r* dobija se iz nominalnog jednostavnim računanjem m-tog korena. Za kamatnu stopu 11% godišnji kamatni faktor *r* iznosi 1,11, dakle odgovarajući konformni kamatni faktor (zaokružen na osam decimalnih mesta):

- Polugodišnja kapitalizacija

$$r_s = \sqrt[2]{1+\frac{11}{100}} = 1{,}053565375 \Longrightarrow p_{km} = 5{,}36\%$$

$$p_{km} = 100 \text{ x } \left(\sqrt[M]{1+\frac{p}{100}} - 1\right) = 100 \text{ x } \left(\sqrt[2]{1+\frac{11}{100}} - 1\right) = 5{,}36\%$$

- Kvartalna kapitalizacija

$$r_q = \sqrt[4]{1+\frac{11}{100}} = 1{,}026433327 \Longrightarrow p_{km} = 2{,}64\%$$

$$p_{km} = 100 \text{ x } \left(\sqrt[M]{1+\frac{p}{100}} - 1\right) = 100 \text{ x}\left(\sqrt[4]{1+\frac{11}{100}} - 1\right) = 2{,}64\%$$

Pripadajuća konformna kamatna stopa za polugodišnju kapitalizaciju iznosi 5,36%, dok bi primenom relativne kamatne stope iznosila 5,5% (11/2); odnosno pripadajuća konformna kamatna stopa za kvartalnu kapitalizaciju iznosi 2,64%, dok bi primenom relativne kamatne stope iznosila 2,75% (11/4). Odnosno, primenom konformne kamatne stope dobijaju se niži iznosi u odnosu na relativne kamatne stope.

Za obračun kamata za tipične poslove u okviru jedne godine u principu imamo najmanje tri načina:

(1) prosti kamatni račun;

(2) složeni kamatni račun - konformni obračun i

(3) složeni kamatni račun - relativni obračun.

Na narednom primeru utvrdićemo koliko iznosi kamata primenom sva tri načina, uz ostale nepromenjene varijable (glavnica, godišnja kamatna stopa, period kapitalizacije).

Primer br. 15

Tri banke obračunavaju kamate na depozit 10% godišnje, pri čemu prva upotrebljava prosti kamatni račun, druga konformnu verziju složenog kamatnog računa sa dnevnom kapitalizacijom i treća složeni kamatni račun i relativnu kamatnu stopu. Koja je konačna vrednost uloga kod sve tri banke nakon 185 dana, ako je u svaku uloženo po 1.500.000 dinara?

Rešenje

C_0 =1.500.000,00; p=10%; d=185

a) Prva banka - prost kamatni račun

$$C_{185} = C_0 + \frac{C \times p \times d}{36500} = 1.500.000{,}00 + \frac{1.500.000{,}00 \times 10 \times 185}{36500} = \mathbf{1.576.027{,}40\ din}$$

b) Druga banka - konformna verzija složenog kamatnog računa sa dnevnom kapitalizacijom

$$C_{185} = C_0 \times r^{185} = 1.500.000{,}00 \times \left(\sqrt[365]{1 + \frac{10}{100}}\right)^{185} = \mathbf{1.574.240{,}62\ din}$$

c) Treća banka - složeni kamatni račun i relativna kamatna stopa

$$C_{185} = C_0 \times r^{185} = 1.500.000{,}00 \times \left(1 + \frac{\frac{10}{365}}{100}\right)^{185} = \mathbf{1.577.976{,}13\ din}$$

Treća banka je maksimizirala glavnicu

Stvarna cena kredita

Efektivna kamatna stopa

Ako posmatramo određenu kreditnu transakciju kao finansijski tok, možemo da uočimo da se u njemu pored pozajmljenog iznosa (koji dospeva odjednom ili u više rata) i periodične otplate obično pojavljuju i određeni troškovi - naknade i provizije za korisnika kredita koji nastaju po osnovu ugovorene kamatne stope.

Kao sintetički parametar kojim izražavamo cenu novca uobičajeno se uzima efektivna kamatna stopa.

Zakonom o zaštiti korisnika finansijskih usluga propisano je da su banke dužne da efektivnu kamatnu stopu obračunavaju na jedinstven propisan način radi poređenja istovetnih ponuda različitih davalaca finansijskih usluga. Ovaj parametar bar načelno daje mogućnost da unapred procenimo koliko će nas zaista koštati novac.

Kod najobičnije primene principa ekvivalencije glavnice: na jednoj strani svi prilivi, na drugoj svi odlivi, EKS koriguje oba dela finansijskog toka tako da sadašnje vrednosti postanu jednake.

Parametar EKS je jednak onoj godišnjoj kamatnoj stopi koja se dobije rešenjem sledeće jednačine:

$$\sum_{j=1}^{m} \frac{a_j}{(1+i)^{t_j}} = \sum_{k=1}^{n} \frac{b_k}{(1+i)^{t_k}}$$

M - ukupan broj primljenih iznosa;

a_j - pojedinačno primljeni iznosi;

t_j- trajanje godišnjeg ili ispod godišnjeg intervala od dospeća prvog primljenog iznosa do valute j-tog primljenog iznosa;

n- ukupan broj plaćenih iznosa;

b_k - pojedinačno plaćeni iznosi;

t_k- trajanje godišnjeg ili ispod godišnjeg intervala od momenta dospeća prvog primljenog;

i – kamatna stopa

Primer br. 16

Po kojoj efektivnoj kamatnoj stopi je posuđen novac ako smo 01.01.2010. godine uzeli zajam u iznosu od 1.100,00 \$ i vratili 1.350,00 \$ 30.06.2011?

Rešenje

Na levoj strani jednačine je iznos primljenog zajma. Dužina vremenskog intervala vraćanja zajma do 30.06.2011. iznosi 545 dana: (365+31+28+31+30+31+29=545)

$$1.100,00 = \frac{1.350,00}{(1+i)^{\frac{545}{365}}} \Longrightarrow 1 + i = 1,1470069$$

EKS = 14,70 %

Primer br. 17

Za koliko će se promeniti rezultat iz prethodnog primera ako uzmemo u obzir da je dužnik morao u skladu sa ugovorom o kreditu platiti 56 $ na ime manipulativnih troškova?

Rešenje

Dužnik je umesto 1.100 primio 1.044 $, što primenom istog postupka daje sledeću EKS:

$$1.044,00 = \frac{1.350,00}{(1+i)^{\frac{545}{365}}} \Longrightarrow 1 + i = 1,1879$$

EKS=18,80%

Kratkoročne transakcije

Primer br. 18

Pretpostavimo da dve investicije koje obezbeđuju godišnji prinos od 11%, dospevaju za 185 dana. Za prvu se koristi prosti a za drugu konformni obračun kamate. Kolika je razlika u prinosima i koliki bi trebao da bude godišnji prinos druge investicije da bi u datom trenutku dala isti prinos kao prva?

Rešenje

Prinos koji ostvaruje prva investicija za 185 dana (neprestupna godina) je jednak:

$$\frac{C \text{ x } p \text{ x } d}{36500} = \frac{C \text{ x } 11 \text{ x } 185}{36500} = 0{,}055753...C \Longrightarrow \quad (5{,}57\%)\ C$$

Prinos koji ostvaruje druga investicija za 185 dana je jednak:

$$C \text{ x } [(1+ \frac{p}{100})^{\frac{d}{365}} - 1] = C \text{ x } (1{,}11^{\frac{185}{365}} - 1) = 0{,}05432...C \Longrightarrow (5{,}43\%)C$$

Da bi druga investicija postigla isti prinos u navedenom periodu, njen godišnji prinos bi trebao biti:

$$\frac{Cp_N d}{36500} = C\left(\left(1+\frac{p_K}{100}\right)^{d/365} - 1\right)$$

ili

$$p_K = 100\left(\left(1+\frac{p_N d}{36500}\right)^{365/d} - 1\right)$$

$$p_K = 100\left(\left(1+\frac{11 \times 185}{36500}\right)^{365/185} - 1\right) = 11{,}30\%$$

Obračun kamata za 185 dana po stopi od 11% pokazuje da je prinos dobijen po prostom kamatnom računu ekvivalentan godišnjem konformnom rastu glavnice koju daje godišnja kamatna stopa 11,30%.

Primer br. 19

Pretpostavimo da će dužnik za *d* dana vratiti glavnicu C i pripadajuće dekurzivne kamate obračunate po konformnom metodu uz godišnju kamatnu stopu *pK(%)*. Koliko bi iznosila ekvivalentna godišnja kamatna stopa *pN* ako bi primenili prosti kamatni račun?

Rešenje

$$p_n = \frac{36500}{d} \text{ x } \left(\left(1+\frac{p_k}{100}\right)^{\frac{d}{365}} - 1\right)$$

Tabela br. 1 Pregled preračunatih dekurzivnih prostih kamatnih stopa u ekvivalentne dekurzivne konformne kamatne stope

Dani	Kamatna stopa (u %)					
	5	7	9	10	12	15
5	4,88	6,77	8,62	9,54	11,34	13,99
10	4,88	6,77	8,63	9,54	11,35	14,00
15	4,88	6,78	8,63	9,55	11,36	14,02
20	4,89	6,78	8,64	9,56	11,37	14,03
25	4,89	6,78	8,64	9,56	11,38	14,04
30	4,89	6,78	8,65	9,57	11,39	14,06
60	4,90	6,80	8,68	9,61	11,44	14,14
90	4,91	6,82	8,71	9,64	11,49	14,22
120	4,92	6,84	8,74	9,68	11,55	14,30
180	4,94	6,88	8,80	9,76	11,66	14,47

Primer br. 20

Preduzeće je dobilo ponudu od banke za kredit za likvidnost na *d* dana sa anticipativnim prostim kamatama i godišnjom kamatnom stopom p_{AN}. Kolika treba da bude kamatna stopa p_K druge banke koja koristi konformni dekurzivni obračun sa dnevnom kapitalizacijom da bi uslovi bili ekvivalentni?

Rešenje

Napomena: Kod anticipativnog obračuna osnovicu za obračun kamate čini konačna vrednost glavnice. Dužnik zapravo dobija (na početku) umanjenu glavnicu, što znači da smo u potrazi za konformnom godišnjom kamatnom stopom p_K koja će na anticipativan način umanjenu glavnicu C ponovo vratiti na njenu početnu vrednost.

Mora biti zadovoljena sledeća relacija:

$$C \times \left(1-\frac{p_{AN} \times d}{36500}\right)\left(1+\frac{p_k}{100}\right)^{\frac{d}{365}} = C$$

Iz ovog obrazca dobijamo izraz za kamatnu stopu p_K kao funkciju date anticipativne kamatne stope p_{AN}, i kamatnog perioda:

$$Pk=100 \times \left(\left(\frac{36500}{36500-p_{AN} \times d}\right)^{\frac{365}{d}} - 1\right)$$

Tabela 2. Anicipatvne kamatne stope i prosti kamatni račun ekvivalentne dekurzivnim konformnim kamatnim stopama

Dani	Kamatna stopa (u %)					
	5	7	9	10	12	15
5	5,13	7,25	9,42	10,52	12,76	16,20
10	5,13	7,26	9,43	10,53	12,77	16,22
15	5,13	7,26	9,44	10,54	12,78	16,24
20	5,13	7,27	9,44	10,55	12,79	16,26
25	5,14	7,27	9,45	10,56	12,81	16,27
30	5,14	7,27	9,45	**10,56**	12,82	16,29
60	5,15	7,29	9,49	10,61	12,88	16,40
90	5,16	7,32	9,53	10,66	12,95	16,51
120	5,17	7,34	9,57	10,70	13,02	16,63
180	5,19	7,38	9,64	10,80	13,17	16,86

Na osnovu tabele možemo da zaključimo da nas jednomesečni kredit (30 dana) po anticipativnoj godišnjoj kamatnoj stopi od 10% dekurzivno gledano, i uvažavajući konformni obračun košta **10,56%** na godišnjem nivou.

Dugoročne transakcije
Primer br. 21

Koliko bismo trebali uložiti da bi deset godina dobijali na kraju meseca po 5.000,00 dinara, ako je godišnja kamatna stopa 7%, obračun kamata konformni i mesečna kapitalizacija?

$$S_0 = \frac{a}{q^n} \text{ x } \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

S_0 – sadašnja vrednost uloga

a – mesečna renta

q – diskontni faktor

n – broj perioda

Rešenje

a=5000,00; p=7%; n=120

$$q = 1 + \frac{p}{100} = 1 + \frac{7}{100} = 1{,}07 \text{ (godišnji diskontni faktor)}$$

$$S_0 = \frac{a}{q^n} \text{ x } \frac{q^n - 1}{q - 1} = \frac{5.000}{(\sqrt[12]{1{,}07})^{120}} \text{ x } \frac{(\sqrt[12]{1{,}07})^{120} - 1}{\sqrt[12]{1{,}07} \;\; - 1} = 434.770{,}05 \text{ din}$$

Mesečni diskontni faktor određujemo kao 12 koren godišnjeg diskontnog faktora 1,07 te isti iznosi 1,00565415.

Redni broj	Opis	Iznos
1	a	5.000,00
2	q god	1,07
3	n	120
4	S_0	434.770,13
5	q mes	1,00565415

Dobijeni rezultat pokazuje da bi za deset godina stalne mesečne rente od 5.000,00 dinara trebalo uz datu kamatnu stopu uložiti 434.770,13 dinara.

Kredite možemo podeliti na ***kratkoročne*** i ***dugoročne***.

Tipična granica između ove dve vrste je jedna godina kao vreme konačnog vraćanja. Za kratkoročne kredite koji finansiraju tekuću aktivnost i likvidnost preduzeća koji su pokriveni kratkoročnim izvorima najčešće se koristi **prosti kamatni račun**. Za dugoročne kredite koji imaju karakter investicionih ulaganja i otplaćuju se po nekoliko godina, najčešće se koristi **složeni kamatni račun**.

Banke koriste dva načina obračuna amortizacije kredita i to rate i anuitet.

Prvi način se zasniva na pretpostavci jednakih otplata a sastoji se od iznosa glavnice koji je jednak u svakoj rati i kamate. Kako se otplatom rata smanjuje glavnica i kamata je svaki mesec sve niža jer se obračunava na sve manju glavnicu. Međutim, rata u prvim godinama je veća nego anuitet.

Primer br. 22

Preduzeću je odobren investicioni kredit u iznosu od $ 500.000,00 po kamatnoj stopi od 7%, dekurzivni obračun i višegodišnju kapitalizaciju. Kredit treba vratiti u pet **godišnjih rata**.

Rešenje

Prvi korak je sačinjavanje rasporeda amortizacije. Svaka rata iznosi petinu kredita, odnosno, $ 100.000,00.

Tabela br. 3 Raspored amortizacije (jednake rate)

Godina	Anuitet	Kamata	Otplata	Ostatak duga
0	-	-	-	500.000,00
1	135.000,00	35.000,00	100.000,00	400.000,00
2	128.000,00	28.000,00	100.000,00	300.000,00
3	121.000,00	21.000,00	100.000,00	200.000,00
4	114.000,00	14.000,00	100.000,00	100.000,00
5	107.000,00	7.000,00	100.000,00	-
Ukupno	605.000,00	105.000,00	500.000,00	-

Anuitet je iznos kojim se otplaćuje kredit ili zajam u određenom vremenskom periodu, odnosno, utvrđeni iznos koji se otplaćuje postepeno prema amortizacionom planu. U anuitet je uključen deo duga i pripadajuće kamate, a određuje se tako da po dospeću dug bude u potpunosti isplaćen. U početnim periodima otplate veće je učešće onog dela koji se odnosi na kamatu, a manje dela koji se odnosi na glavnicu.

Primer br. 23

Preduzeću je odobren investicioni kredit u iznosu od $ 500.000,00 po kamatnoj stopi od 7%. Obračun kamata je dekurzivni a kapitalizacija višegodišnja. Kredit treba vratiti u pet jednakih **godišnjih anuiteta**.

$$\mathbf{a} = \frac{\mathbf{D \ x \ q^n \ x \ (q-1)}}{\mathbf{q^n - 1}}$$

Rešenje

$$a = \frac{D \text{ x } q^n \text{ x } (q-1)}{q^n - 1}$$

D – iznos investicionog kredita

q – diskontni faktor

n – broj rata

D=500.000,00; p=7%; n=5

$$a = \frac{500.000{,}00 \text{ x } 1{,}07^5 \text{ x } (1{,}07-1)}{1{,}07^5 - 1} = 121.945{,}35 \text{ din}$$

Tabela br. 4 Raspored amortizacije (jednaki anuiteti)

Godina	Anuitet	Kamata	Otplata	Ostatak duga
0	-	-	-	500.000,00
1	121.945,35	35.000,00	86.945,35	413.054,65
2	121.945,35	28.913,83	93.031,52	320.023,13
3	121.945,35	22.401,62	99.543,73	220.479,39
4	121.945,35	15.433,56	106.511,79	113.967,60
5	121.945,33	7.977,73	113.967,60	-
Ukupno	609.726,73	109.726,73	500.000,00	-

INFLACIJA

Opšta karakteristika inflacije je pad kupovne moći domaće valute.

U uslovima visoke inflacije merene rastom cena na malo, dolazi do depresijacije valute, odnosno, do pada njene kupovne moći, a time i do znatnog realnog smanjenja obima novčane obaveze.

Kamata koja se plaća na zajmovni kapital mora biti iznad stope inflacije da bi se sačuvala realna vrednost kapitala. Najmerodavnije u određivanju kamata su Londonska međubankarska kamatna stopa (LIBOR) i kamatna stopa formirana na njujorškom finansijskom trzistu (PRIME RATE).

Neka je *i* godišnja kamatna stopa po kojoj smo posudili sredstva, onda π znači stopu inflacije. Nakon godinu dana stvarna kupovna moć početne glavnice C_0 zbog obračuna kamate množi se sa kamatnim faktorom $1+i$ a u isto vreme, zbog inflacije deli sa faktorom inflacije $1+\pi$. Sve ovo se može izraziti pomoću matematičke formule koja će imati sledeće relacije:

$$C_0 \Rightarrow C_0 \times \frac{1+i}{1+\pi}$$

Razlomak na desnoj strani formule predstavlja faktor realnog rasta a njegova vrednost može biti:

- *veća od 1*, kada je kamatna stopa *i* veća od stope inflacije π;
- *jednaka 1*, kada se parametri podudaraju (glavnice održavaju svoju kupovnu moć);
- *manja od 1,* kada je kamatna stopa *i* manja od stope inflacije π.

Fišerova jednačina: $\pi+r+\pi r$

Primer br. 24

Pretpostavimo da je u zemlji stopa inflacije 7,00 % i da se za kašnjenje u plaćanju primenjuje realna kamatna stopa 14,10 %. Kolika je nominalna kamatna stopa u skladu sa ovim pretpostavkama ako se koristi a) obrazac bez drugog člana ili b) upravo Fišerova jednačina.?

Rešenje

π=7%; r=14,10%

a)

$i = \pi + r$

$i = 0,07 + 0,141 = 0,211$

$i = 21,10\%$

b)

$i = \pi + r + \pi \text{ x } r$

$i = 0,07 + 0,1410 + 0,07\text{x}0,141 = 0,2209$

$i = 22,09\%$

Primer br. 25

Kolika je realna kamatna stopa koju smo primenili kada smo pri godišnjoj inflaciji od 7% poslovnom partneru naplatili kamate po nominalnoj kamatnoj stopi od 21,10%?

Rešenje

π=0,070; i=0,2110

r=?

$(1+\pi)x(1+r)=(1+i)$

$1,070x(1+r)=1,2110$

$(1+r) = \frac{1,2110}{1,070} = 1,1317765$

$r = 0,1317$

Realna kamatna stopa iznosi 13,17%

ZAKONSKA ZATEZNA KAMATA

Dužnik koji zadocni sa ispunjenjem novčane obaveze pored glavnice duguje i zateznu kamatu na iznos duga do dana isplate, po stopi utvrđenoj Zakonom o zateznoj kamati.

Do dana 25.12.2012.godine važio je Zakon o visini stope zatezne kamate.

Prema ovom Zakonu stopa zatezne kamate sastoji se od:

1. **mesečne stope rasta cena na malo**
2. **fiksne stope od 0,5 odsto mesečno**

Odlukom Ustavnog suda koja je objavljena u "Sl.glasniku RS" od 27.07.2012.godine, utvrđeno je da je odredba Zakona o visini stope zatezne kamate koja se odnosi na metod obračuna zakonske zatezne kamate – da se obračunava primenom konformne metode, nije u saglasnosti sa Ustavom.

Prema Zakonu o visini stope zatezne kamate, koji je prestao da važi 25.12.2012.godine, zatezna kamata se izračunava za neblagovremeno plaćene obaveze po osnovu dužničko poverilačkih odnosa po sledećem opštem obrascu:

$$K=100x[(1+Ks/100)x(1+0,5/100)-1]$$

gde je:

K - *stopa zatezne kamate*;

Ks - *stopa rasta cena na malo u RS (Indeks cena na malo – 100)* i

0,5 - *fiksna stopa.*

- Ovako utvrđena kamata se odnosi na mesečni nivo, a ukoliko je potrebno obračunati kamatu za kraći ili duži vremenski period (pod uslovoma da je kamata nepromenjena) potrebno je obračunati **koeficijent** za određeni broj dana. Koeficijent za određeni broj dana se izračunava <u>primenom konformne metode</u>, a prilikom utvrđivanja broja dana treba imati u vidu da se uzimaju dani od narednog dana od dana dospelosti.
- **Zakon o visini stope zatezne kamate prestao je da važi dana 25.12.2012. godine.**

- **Od 25.12.2012.godine na snazi je Zakon o zateznoj kamati.**
- Stopa zatezne kamate zakona na iznos **duga koji glasi na dinare**, utvrđuje se na godišnjem nivou u visini **referentne kamatne stope Narodne banke Srbije uvećane za osam procentnih poena.**
- Stopa zatezne kamate na iznos **duga koji glasi na evre**, utvrđuje se na godišnjem nivou u visini **referentne kamatne stope Evropske centralne banke** na glavne operacije za refinansiranje **uvećane za osam procentnih poena.**
- Zatezna kamata obračunava **se za kalendarski broj dana perioda docnje** u izmirivanju obaveza u odnosu na kalendarski broj dana u godini (365, odnosno 366 dana) **primenom prostog interesnog računa od sto i dekurzivnog načina obračuna,** bez pripisa obračunate zatezne kamate glavnici istekom obračunskog perioda, prema sledećoj formuli:

$$K = \frac{Gxpxd}{100xGd}$$

k – iznos zatezne kamate
G – iznos duga
p – propisana godišnja stopa zatezne kamate
d – kalendarski broj dana docnje u obračunskom periodu
Gd – kalendarski broj dana u godini (365 dana – prosta godina; 366 dana prestupna godina)

26. Primer obračuna zakonske zatezne kamate

Prvi – poslednji dan obračuna: 01/01/2018 – 06/12/2018
Dugovanja (ukupno): 100.000,00
Uplate (ukupno): 0,00
Ukupno obračunata kamata: 10.366,44
Iznos duga sa kamatom na dan 06/12/2018: 110.366,44 (od čega kamata: 10.366,44)

Dokument	Obračunski period		Tip	Osnovica	Broj dana	Stopa	Iznos	Obračunsko stanje kamate	Stanje duga
	01/01/2018	-	dugovanje		-	-	100.000,00	-	100.000,00
	01/01/2018	14/03/2018	kamata	100.000,00	73	11,5000% (g)	2.300,00	2.300,00	102.300,00
	15/03/2018	12/04/2018	kamata	100.000,00	29	11,2500% (g)	893,84	3.193,84	103.193,84
	13/04/2018	06/12/2018	kamata	100.000,00	238	11,0000% (g)	7.172,60	10.366,44	110.366,44

(g) – godišnja stopa, (m) – mesečna stopa
Obračun izvršen primenom stopa važećih na dan: 06/12/2018. Iznosi dati u RSD.
Za obračun je korišćen prost interesni račun (proporcionalna metoda obračuna)

Izabrani način evidentiranja uplata: uplatama se prvo izmiruje kamata pa osnovica.

27. Primer obračuna zakonske zatezne kamate

Prvi – poslednji dan obračuna: 01/01/2018 – 06/12/2018
Dugovanja (ukupno): 100.000,00
Uplate (ukupno): 20.000,00
Ukupno obračunata kamata: 9.610,40
Iznos duga sa kamatom na dan 06/12/2018: 89.610,40 (od čega kamata: 4.367,25)

Dokument	Obračunski period		Tip	Osnovica	Broj dana	Stopa	Iznos	Obračunsko stanje kamate	Stanje duga
	01/01/2018	-	dugovanje		-	-	100.000,00	-	100.000,00
	01/01/2018	14/03/2018	kamata	100.000,00	73	11,5000% (g)	2.300,00	2.300,00	102.300,00
	15/03/2018	12/04/2018	kamata	100.000,00	29	11,2500% (g)	893,84	3.193,84	103.193,84
	13/04/2018	19/06/2018	kamata	100.000,00	68	11,0000% (g)	2.049,32	5.243,15	105.243,15
	20/06/2018	-	uplata	-	-	-	20.000,00	0,00	85.243,15
	20/06/2018	06/12/2018	kamata	85.243,15	170	11,0000% (g)	4.367,25	4.367,25	89.610,40

(g) – godišnja stopa, (m) – mesečna stopa
Obračun izvršen primenom stopa važećih na dan: 06/12/2018. Iznosi dati u RSD.
Za obračun je korišćen prost interesni račun (proporcionalna metoda obračuna)
Izabrani način evidentiranja uplata: uplatama se prvo izmiruje kamata pa osnovica.

Interna stopa prinosa

Kada se razmatra opravdanost datog investicionog projekta koristi se kao glavni kriterijum tzv. neto sadašnja vrednost (NSV).

Investicija je ulaganje koje se vrši u sadašnjosti, a od koje se prihodi i koristi očekuju u budućnosti. Da bi se budući troškovi i koristi mogli sabrati neophodno ih je svesti na sadašnju vrednost.

NSV je zbir neto pozitivnih efekata projekta iz njegovog ekonomskog toka, aktuelizovanih na sadašnju vrednost predviđenom kamatnom stopom. Da bi projekat bio prihvatljiv neto sadašnja vrednost mora biti veća od nule, što znači da pozitivni efekti projekta nadmašuju troškove ulaganja.

NSV je opadajuća funkcija diskontne stope, a na dovoljno visokom nivou postaje negativna. Opšta formula za računanje NSV je:

$$\text{NSV} = \sum \frac{C_i}{(1+k)^i}$$

NSV je opadajuća funkcija diskontne stope, a na dovoljno visokom nivou postaje negativna. Opšta formula za računanje NSV je:

$$NSV = \sum \frac{C_i}{(1+k)^i}$$

C_i – novčani tok (+ ili -)

i – broj perioda

k – diskontna stopa ili trošak kapitala

Diskontna stopa koja izjednačava sadašnju vrednost troškova sa sadašnjom vrednosti očekivanih novčanih primitaka od investicije naziva se interna stopa prinosa (IRR).

Za njeno iznalaženje primenjuje se isti postupak kao kod NSV i upotrebljavaju se iste formule i tablice. Razlika je u tome, što se metodom IRR nastoji iznaći diskontna stopa pri kojoj je NSV jednaka nuli, dok se metodom NSV određuje neto sadašnja vrednost za neku unapred određenu diskontnu stopu.

Određivanje sadašnje vrednosti (diskontovanje) jednostavno je obrnuti postupak od složenog kamatnog računa. Interna stopa prinosa pokazaće maksimalnu kamatnu stopu koju projekat može platiti, a da se ne stvore gubici.

Za IRR je karakteristično to da je nepoznata diskontna stopa, a poznate sledeće veličine: (1) neto ukupni primici, (2) broj godina u veku trajanja projekta i (3) sadašnja vrednost projekta, koja je unapred data kao nula.

DISKONTOVANJE

- Da bi se u sadašnjosti utvrdila vrednost aktive u nultom vremenskom periodu, mora vršiti diskont ili smanjenje buduće gotovinske koristi na njihovu sadašnju vrednost.

- **Diskontovanje** je aritmetički proces u kome se buduća vrednost smanjuje po složenoj kamatnoj stopi, tokom vremena, kako bi dostigla sadašnju vrednost.

DISKONTOVANJE RADI UTVRĐIVANJA SADAŠNJE VREDNOSTI

28. Primer:

a)

Koliki iznos treba oročiti da bi se nakon dve godine dobila suma od 1.000 evra, ako je godišnja kamatna stopa 8%?

857 evra=1.000 evra x (1/1,08 x 1/1,08),

857 evra=1.000 evra x (0,926 x 0,926),

857 evra=1.000 evra x 0,857.

b)

- Na osnovu gornjeg datog prikaza, pri ulaganju na godinu dana, sadašnja vrednost bi bila **926 evra** (1.000 evra x 1/1,08 ili 0,926), a dvogodišnje ulaganje bi imalo sadašnju vrednost od **857 evra** (1.000 evra x 0,926 x 0,926).
- Saglasno prethodnoj analizi, koncept diskontovanja može da se izrazi i u vidu jednačine:

$$\mathbf{SV=BV_n/(1+r)^n}$$

ili

$$\mathbf{SV=BV_n \times [1/(1+r)^n]}$$

$\mathbf{1/(1+r)^n}$ - Diskontni faktor

Utvrđivanje diskontne stope

Diskontna stopa kao cena sopstvenog kapitala obuhvata:

- **stopu bez rizika**
- **stopu rizika ulaganja u određenu zemlju ili region**
- **stopu rizika ulaganja u konkretni projekat ili preduzeće**

Stopa bez rizika

- Stopa bez rizika predstavlja **potpuno sigurno bezrizično ulaganje**.
- Njena visina varira u zavisnosti od zemlje kao i tokom vremena. Po pravilu ona predstavlja stopu prinosa na ulaganje u hartije od vrednosti čiji je emitent i garant država (zbog toga se i naziva bezrizična).
- Ova stopa obično ima vrednost od 3,5% do 6%.
- Eskontna stopa - 100% referentne kamatne stope NBS 2,25%.

Rizik ulaganja u određenu zemlju ili region

- Ovaj rizik se može svrstati u tri kategorije:

1. **Rizici u vezi sa sredstvima**
2. **Rizici poslovnog okruženja**
3. **Finansijski rizici**

➢ Maksimalan ukupan rizik ove vrste iznosi 10%, a minimalan 0,25%

1. Rizici u vezi sa sredstvima

- Politika ekspropijacije
- Politika nacionalizacije
- Mogućnost finansiranja
- Sigurnost ugovora

2. Rizici poslovnog okruženja

1. Politička stabilnost
2. Odnos prema stranim ulaganjima
3. Zahtevi u pogledu vlasništva
4. Pravni sistem
5. Participacija u upravljanju
6. Raspoloživost radne snage
7. Veze sa susednim ili nekim drugim zemljama
8. Uloga sindikata
9. Lokalna konkurencija

3. Finansijski rizici

1. Konvertibilnost valute
2. Stabilnost valute
3. Restrikcija tokova kapitala
4. Kontrola cena
5. Veličina tržišta
6. Pristup tržištu EU ili nekom drugom tržištu
7. Privredni trendovi
8. Zaduženost
9. Poreska poltika
10. Stopa inflacije
11. Potreba za stranim kapitalom

Stopa rizika ulaganja u konkretan projekat ili preduzeće

- Ova vrsta rizika determinisana je sledećim parametrima:

1. Veličina projekta ili preduzeća
2. Finansijske strukture
3. Menadžment, proizvodna struktura, organizacija, kadrovi
4. Proizvodna i geografska diverzifikacija i potencijal prodaje
5. Diverzifikacija kupaca
6. Mogućnost predviđanja

Stopa rizika ulaganja u konkretan projekat ili preduzeće

- Navedeni specifični rizici kvantifikuju se maksimalno sa po 3%, tako da je maksimalni rizik ulaganja u konkretan projekat ili preduzeće 18%

		Skala	rizika	
	0	1	2	3
Kvalitet organizacije, rukovodstva I kadrova				
Organizaciona struktura		1		
Kompaktnost rukovodećeg tima		1		
Strateško planiranje			2	
Proizvodni program		1		
Specijalizovano znanje jednog stručnjaka			2	
Ponderisano	0	3	4	0
Zbir	7			
Broj parametara	5			
Specifični rizik	**1,40**			
Veličina preduzeća				
Broj radnika			2	
Vrednost poslovnih sredstava			2	
Ocena konkurencije		1		
Ponderisano	0	1	4	0
Zbir	5			
Broj parametara	3			
Specifični rizik	**1,67**			
Finansijski položaj				
Osnovna sredstva/kapital		1		
Osnovna sredstva i zalihe/Dugoročni kapital			2	
Sopstveni kapital/Ukupni kapital			2	
Kontrabucioni dobitak/Prihod			2	
Finansijski rashod/Dobit			2	
Ponderisano	0	1	8	0
Zbir	9			
Broj parametara	5			
Specifični rizik	**1,80**			
Proizvodno-prodajni potencijal				
Doprinos pojedinih proizvoda prihodu		1		
Postojanje dugoročnih ugovora		1		
Značaj proizvoda za kupce		1		
Pristup tržištu EZ			2	
Ponderisano	0	3	2	0
Zbir	5			
Broj parametara	4			
Specifični rizik	**1,25**			
Mogućnost predvidjanja				
Starost preduzeća		1		
Stabilnost poslovnih rezultata			2	
Diskontinuitet u poslovanju		1		
Promena privrednog ambijenta grane		1		
Ponderisano	0	3	2	0
Zbir	5			
Broj parametara	4			
Specifični rizik	**1,25**			
UKUPNA STOPA RIZIKA PREDUZEĆA (%)	**7,37**			
KONAČNA STOPA (%)	7			

DISKONTOVANJE RADI UTVRĐIVANJA SADAŠNJE VREDNOSTI

29. Primer:

a) Za 1.000 evra, pri kamatnoj stopi od 8%, primer diskontovanja na dve godine daje sledeće podatke:

SV=1.000 € [1/(1+0,08) ^{2}]=

1.000 € (1/1,166) =1.000 € (0,857)=**857 evra**

b) Ukoliko produžimo vremenski period na deset godina, buduća vrednost od 1.000 evra bi se smanjila na:

SV=1.000 € [1/(1+0,08)^n]= 1.000 € (1/2,159)

=1.000 € (0,463)**= 463 €**

DISKONTNI FAKTOR

Godina	Diskontna stopa %					
	5,00	**6,00**	**7,00**	**8,00**	**9,00**	**10,00**
1	0,952	0,943	0,935	0,926	0,917	0,909
2	0,907	0,890	0,873	0,857	0,842	0,826
3	0,864	0,840	0,816	0,794	0,772	0,751
4	0,823	0,792	0,763	0,735	0,708	0,683
5	0,784	0,747	0,713	0,681	0,650	0,621
6	0,746	0,705	0,666	0,630	0,596	0,564
7	0,711	0,665	0,623	0,583	0,547	0,513
8	0,677	0,627	0,582	0,540	0,502	0,467
9	0,645	0,592	0,544	0,500	0,460	0,424
10	0,614	0,558	0,508	0,463	0,422	0,386

Primer: 30

- Izračunati kolika je sadašnja vrednost dobiti koja će biti ostvarena u narednih 10 godina, ako su poznati sledeći podaci:

- Kamatna stopa na godišnjem nivou 10%
- Prosečna dobit po godinama iznosi 32.000 evra

Rešenje:30.

Godina	Čista godišnja korist od investicije	Diskontni faktor	Diskontovana vrednost na momenat nula
1	**32.000,00**	0,909	**29.088,00**
2	**32.000,00**	0,826	**26.432,00**
3	**32.000,00**	0,751	**24.032,00**
4	**32.000,00**	0,683	**21.856,00**
5	**32.000,00**	0,621	**19.872,00**
6	**32.000,00**	0,564	**18.048,00**
7	**32.000,00**	0,513	**16.416,00**
8	**32.000,00**	0,467	**14.944,00**
9	**32.000,00**	0,424	**13.568,00**
10	**32.000,00**	0,386	**12.352,00**
UKUPNO	**320.000,00**		**196.608,00**

Primer:31

- Izračunati kolika je sadašnja vrednost dobiti koja će biti ostvarena u narednih 10 godina, ako su poznati sledeći podaci:

- Kamatna stopa na godišnjem nivou 10%
- Dobit u prvoj godini iznosi 10.000 evra
- Dobit po godinama se povećava za 1.000 evra

Rešenje:

Godina	Čista godišnja korist od investicije	Dikontni faktor	Diskontovana vrednost na momenat nula
1	**10.000,00**	0,909	**9.090,00**
2	**11.000,00**	0,826	**9.086,00**
3	**12.000,00**	0,751	**9.012,00**
4	**13.000,00**	0,683	**8.879,00**
5	**14.000,00**	0,621	**8.694,00**
6	**15.000,00**	0,564	**8.460,00**
7	**16.000,00**	0,513	**8.208,00**
8	**17.000,00**	0,467	**7.939,00**
9	**18.000,00**	0,424	**7.632,00**
10	**19.000,00**	0,386	**7.334,00**
UKUPNO	**145.000,00**		**84.334,00**

Primer:32

- Izračunati kolika je sadašnja vrednost dobiti koja će biti ostvarena u narednih 10 godina, ako su poznati sledeći podaci:

- Kamatna stopa na godišnjem nivou 10%
- Dobit u prvoj godini iznosi 10.000 evra
- Dobit po godinama raste po stopi od 10 %

Rešenje:

Godina	Čista godišnja korist od investicije	Dikontni faktor	Diskontovana vrednost na momenat nula
1	**10.000,00**	0,909	**9.090,00**
2	**11.000,00**	0,826	**9.086,00**
3	**12.100,00**	0,751	**9.087,10**
4	**13.310,00**	0,683	**9.090,73**
5	**14.641,00**	0,621	**9.092,06**
6	**16.105,10**	0,564	**9.083,28**
7	**17.715,61**	0,513	**9.088,11**
8	**19.487,17**	0,467	**9.100,51**
9	**21.435,89**	0,424	**9.088,82**
10	**23.579,48**	0,386	**9.101,68**
UKUPNO	**159.374,25**		**90.908,29**

Primer:33 Primena prinosnog metoda kod procene vrednosti nepokretnosti

Tabela 1. Prikaz osnovnih podataka o objektima

R.br.	Naziv objekta	Jed. mere	Površina	Godina izgradnje	Godišnja stopa amortizacije u %
1	Poslovno proizvodni kompleks	m2	1.082,13	1918	0.8333

Pretpostavljeni vek trajanja objekta 120 godina
Godišnja stopa am = (100/120) = 0,8333
Preostali period korišćenja: objekti su izgrađeni 1918 god, što znači de je pri utvrđivanju vrednosti objekat u upotrebi u proseku 100 godina, dakle preostali vek korišćenja objekta iznosi 20 godina (120 – 100 = 20).
Prilikom ove procene metodom prinosne vrednosti obračunavaćemo vrednost za pretpostavljeni period izdavanja od 20 god.

- ODREĐIVANJE STOPE PRINOSA

Stopu kapitalizacije u visini od 9%, koja je primenjena prilikom određivanje vrednosti nepokretnosti prinosnom metodom u ovoj proceni, odredili smo na osnovu podataka sa tržišta, odnosno na osnovu podataka da kamata na oročena sredstva iznosi od 4-5% na godišnjem nivou, na šta smo dodali i rizik samog posla (koji je određen na bazi aktuelne situacije na tržištu u Republici Srbiji kao i na lokalnom nivou) i došli do pretpostavljene vrednosti stope kapitalizacije od 9%.

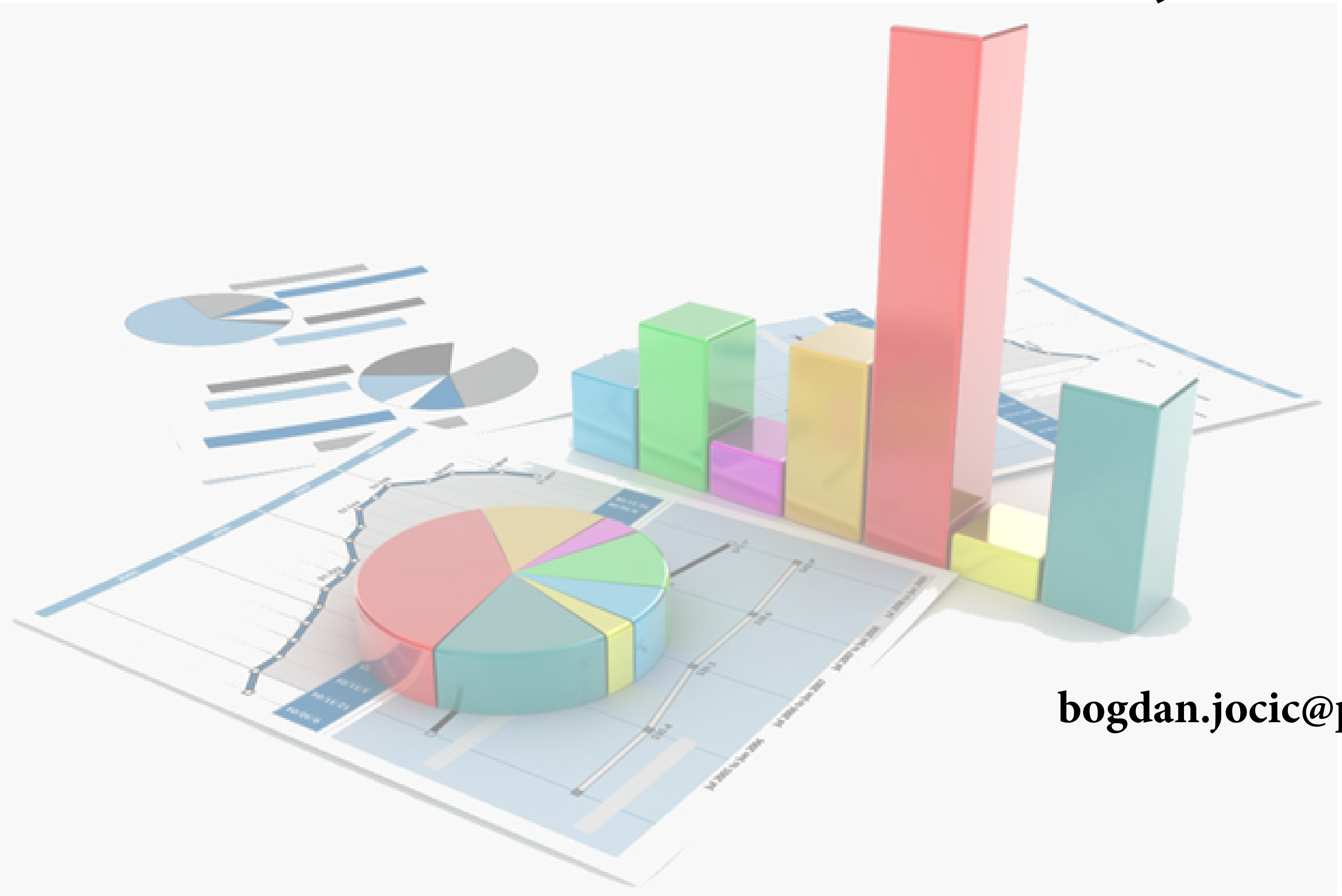
PROCENA VREDNOSTI PRINOSNIM PRISTUPOM

1-20 GODINA ZAKUPA	m2/%/god	RENTA	PRIHODI
POSL.KOMPLEKS	1.082,13 m2	3,0 €/m2	3.246,39
POTENCIJALNI BRUTO PRIHOD			38.956,68
Nepopunjenost i neplaćanje /0meseci/	0,00		TROŠKOVI
EFEKTIVNI BRUTO PRIHOD			38.956,68
Porez na imovinu	0,2		
Rezerve/troškovi održavanja	2,0		
Porezi i osiguranje	0,8		
Ostali, nepredviđeni troškovi	3,0		
NETO OPERATIVNI PRIHOD			36.619,28

Godine korišćenja	Diskontna stopa 9%	Diskontni faktor	Prosečna godišnja korist	Prinosna vrednost
1	0,09	0,9174	36.619,28	33.595,67
2	0,09	0,8417	36.619,28	30.821,72
3	0,09	0,7722	36.619,28	28.276,80
4	0,09	0,7084	36.619,28	25.942,02
5	0,09	0,6499	36.619,28	23.800,02
6	0,09	0,5963	36.619,28	21.834,88
7	0,09	0,5470	36.619,28	20.032,00
8	0,09	0,5019	36.619,28	18.377,98
9	0,09	0,4604	36.619,28	16.860,53
10	0,09	0,4224	36.619,28	15.468,38
11	0,09	0,3875	36.619,28	14.191,17
12	0,09	0,3555	36.619,28	13.019,43
13	0,09	0,3262	36.619,28	11.944,43
14	0,09	0,2992	36.619,28	10.958,19
15	0,09	0,2745	36.619,28	10.053,39
16	0,09	0,2519	36.619,28	9.223,29
17	0,09	0,2311	36.619,28	8.461,73
18	0,09	0,2120	36.619,28	7.763,06
19	0,09	0,1945	36.619,28	7.122,07
20	0,09	0,1784	36.619,28	6.534,01
Ukupno:		**9,1285**	**732.385,60**	**334.280,77**

- Prosečna godišnja korist 36.619,28 din;
- Suma diskontnog faktora za period korišćenja 9,1285
-Suma godišnjih koristi u periodu korišćenja 732.385,60 din
-Prinosna vrednost 334.280,77 din

HVALA NA PAŽNJI !



bogdan.jocic@polj.edu.rs